

Chapitre 7 : Fractions

1 Le quotient

Définition :

Soit deux nombres n et d ($d \neq 0$).

Le quotient de n par d est le nombre qui multiplié par d , donne n .

On peut l'écrire en écriture fractionnaire : $\frac{n}{d}$. n est appelé le numérateur et d le dénominateur.

Exemple :

$3 \times \frac{5}{3} = 5$; Le quotient de 5 par 3 est $\frac{5}{3}$.

$$\text{Une Fraction} = \frac{\text{Numérateur}}{\text{Dénominateur}}$$

Une fraction est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont entiers.

2 Écritures fractionnaires égales

Un quotient ne change pas quand on multiplie (ou divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div d}{b \div d}$$

Un nombre a est divisible par un nombre b si et seulement si le reste de la division euclidienne de a par b est 0, ceci permet de démontrer des critères de divisibilité.

En conséquence a divise b , si on a : $a = b \times k + 0$ ou $a = b \times k$

Exemple :

$$\begin{aligned} \frac{2 \div 2}{8 \div 2} &= \frac{1}{4} \\ \frac{1 \times 3}{3 \times 3} &= \frac{3}{9} \end{aligned}$$

3 Simplification de fraction

- Un nombre premier est un nombre entier naturel (non nul) qui admet exactement 2 diviseurs distincts : 1 et lui-même.
- Décomposition en produit de facteurs premiers

Définition :

Simplifier une fraction consiste à l'écrire avec un numérateur et un dénominateur les plus petits possible.

Pour simplifier une fraction :

- ➔ il faut décomposer en produit de facteurs le numérateur et le dénominateur.
- ➔ Et on utilise le principe d'écriture fractionnaire égales.

Un quotient ne change pas quand on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

4 Comparaison de fractions

4.1 Comparer des fractions qui ont le même dénominateur.

Pour comparer deux fractions qui ont le même dénominateur,

on compare les numérateurs, la fraction la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemple :

$$\frac{3}{4} < \frac{7}{4}$$

4.2 Si l'un des dénominateurs est multiple de l'autre

On commence par les écrire avec le même dénominateur et on compare ensuite les nombres écrits avec le même dénominateur.

Exemple :

Comparer $\frac{3}{5}$ et $\frac{12}{10}$.

10 est multiple de 5. En effet : $5 \times 2 = 10$.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

Alors $6 < 12$ donc : $\frac{6}{10} < \frac{12}{10}$

c'est à dire que $\frac{3}{5} < \frac{12}{10}$

5 Représentation sur une droite graduée

Pour placer une fraction sur une droite graduée, je dois partager l'unité en fonction du dénominateur. Maintenant, il suffit de compter le nombre de part en fonction du numérateur.

$$\bullet \frac{1}{3} \quad \bullet \frac{1}{2} \quad \bullet \frac{4}{3} \quad \bullet \frac{3}{2} \quad \bullet \frac{7}{3} \quad \bullet \frac{13}{6}$$



6 Décomposition en entier + fraction

Grâce à la droite graduée, nous pouvons remarquer que si le numérateur est plus grand que le dénominateur, alors une fraction $\frac{a}{b}$ peut s'écrire de la forme

$$d + \frac{c}{b}$$

Exemple :

$$\frac{7}{3} = \frac{3+3+1}{3}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{1}{3} \quad \text{or} \quad \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{7}{3} = 1 + 1 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$$

7 Exprimer sous forme décimale et fractionnaire

7.1 Une fraction peut s'écrire sous forme décimale.

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

Pour passer d'une fraction à un nombre décimal, on réalise la division du numérateur par le dénominateur.

Remarque : **Certaines fractions n'admettent pas d'écriture décimale.**

7.2 Un nombre décimal peut s'écrire sous forme de fraction.

Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction. Cette fraction a pour numérateur, un entier et pour dénominateur, 10, 100, 1 000, etc.

Exemple

$$1,2 \text{ peut s'écrire } \frac{12}{10}$$