

Chapitre 9 : Proportionnalité

1. Reconnaître une situation de proportionnalité

Méthode : Reconnaître la proportionnalité

Dans un tableau de nombres à deux lignes, on reconnaît une situation de proportionnalité lorsque les nombres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première par un même nombre. Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

Vérifier si les tableaux suivants représentent une situation de proportionnalité :

a)

3,2	1,3	5,4
22,4	9,1	37,8

b)

2,4	4,5	3,9
0,8	1,5	1,25

a) $22,4 : 3,2 = 7$
 $9,1 : 1,3 = 7$
 $37,8 : 5,4 = 7$
Il s'agit d'un tableau de proportionnalité.
Le coefficient de proportionnalité est 7.

b) $2,4 : 0,8 = 3$
 $4,5 : 1,5 = 3$
 $3,9 : 1,25 \neq 3$
Il ne s'agit pas d'un tableau de proportionnalité.

2. Appliquer une situation de proportionnalité

Méthode : Appliquer la proportionnalité

a) 2 m² de carrelage coûte 40 €. Le prix est proportionnel à la quantité achetée.
Compléter le tableau :

On détermine le coefficient de proportionnalité qui est égal à 20.

En effet : $40 : 2 = 20$. Ce qui signifie également que 1 m² de carrelage coûte 20 €.

Ainsi, les nombres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première par 20.

Qté en m ²	1	10	12	20	25	30	40	50
Prix en €	20	200	240	400	500	600	800	1000

b) Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Durée de location d'un jet ski	3	7,5
Prix du forfait en €	35	87,5

$3 : 35$ et $35 : 3$ ne donnent pas de valeur exacte. Exprimons le coefficient de proportionnalité sous une écriture fractionnaire :

$$35 : 3 = \frac{35}{3}$$

$$7,5 \times \frac{35}{3} = 7,5 : 3 \times 35 = 2,5 \times 35 = 87,5$$

3. Notion de ratio

Propriétés :

- On dit que deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3, si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$.

- On dit que trois nombres a, b et c sont dans le ratio 2 : 3 : 7, si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$.

Remarque :

Dans la pratique, pour deux nombres, on applique souvent la propriété :

Si deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3 cela signifie que $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$. On retrouve ainsi la notion de proportionnalité entre les nombres a et b.

Méthode : Utiliser et appliquer un ratio

a) Les nombres 35 et 55 sont-ils dans le ratio 5 : 8 ?

$$\frac{35}{55} \approx 0,636 \quad \text{et} \quad \frac{5}{8} \approx 0,625 \quad \text{donc} \quad \frac{35}{55} \neq \frac{5}{8} .$$

Les nombres 35 et 55 ne sont donc pas dans le ratio 5 : 8.

b) Les nombres N et 24 sont dans le ratio 5 : 8. Déterminer N.

$$\text{Les nombres N et 24 sont dans le ratio 5 : 8 donc} \quad \frac{N}{24} = \frac{5}{8}$$

$$\text{donc} \quad N = 24 \times \frac{5}{8} = 15$$

4. Pourcentages

4.1. Appliquer un pourcentage

Méthode :

Un article coûte 89 €. Son prix est réduit de 20 %. Calculer son nouveau prix.

$$\begin{aligned} \text{Méthode 1 :} \quad \text{Réduction} &= 20 \% \text{ de } 89 \text{ €} \\ &= \frac{20}{100} \times 89 \\ &= 0,2 \times 89 \\ &= 17,80 \text{ €} \end{aligned}$$

$$\text{Nouveau prix} = 89 - 17,80 = 71,20 \text{ €}$$

$$\begin{aligned} \text{Méthode 2 :} \quad \text{Nouveau prix} &= 80 \% \text{ de } 89 \text{ €} \\ &= \frac{80}{100} \times 89 \\ &= 0,8 \times 89 \\ &= 71,20 \text{ €} \end{aligned}$$

Méthode 3 : A l'aide d'un tableau de proportionnalité :

Ancien prix	89	100
Nouv. prix		80 *

$$* 100 - 20 = 80$$

Le coefficient de proportionnalité est $80 : 100 = 0,8$

$$89 \times 0,8 = 71,20 \text{ €}.$$

4.2. Rechercher un pourcentage

Méthode :

Une automobile qui coûtait 8000 € est vendue 6800 €.

A quel pourcentage du prix initial correspond la remise ?

$$* 8000 - 6800 = 1200$$

Méthode 1 : A l'aide d'un tableau de proportionnalité :

Choix des lignes pour construire le tableau de proportionnalité :

Observez les données de l'énoncé !

Ancien prix	8000	100
Réduction	1200*	

Le coefficient de proportionnalité est $1200 : 8000 = 0,15$

$$100 \times 0,15 = 15$$

Le pourcentage de réduction est de 15%

Méthode 2 :

Chercher le pourcentage de réduction revient à chercher :

« Quelle est la réduction sur 100 si dans la réalité la réduction est de 1200* sur 8000 ? »

$$\text{Soit : } \frac{x}{100} = \frac{1200}{8000} = 0,15$$

$$\text{Donc } x = 15$$

Le pourcentage de réduction est de 15 %.

5. Échelle

Une carte à l'échelle $\frac{1}{1000}$ signifie que
1 cm sur la carte représente 1000 cm dans la réalité.

5.1. Utiliser une échelle

Méthode : Appliquer une échelle

A quelle distance réelle correspond une longueur mesurée de 8,3 cm sur une carte à l'échelle $\frac{1}{1000}$?

On complète les données de l'énoncé dans un tableau de proportionnalité :

carte	1	8,3
réel	1000	

Le coefficient de proportionnalité est de 1000.

$$8,3 \times 1000 = 8300 \text{ cm}$$

Le distance réelle est égale à 8300 cm soit 83 m.

5.2. Calculer une échelle

Méthode : Rechercher une échelle

Un bateau de 25 m correspond à une longueur de 10 cm sur son modèle réduit.
Quelle est l'échelle de réduction ?

Attention aux unités !!!

$$25 \text{ m} = 2500 \text{ cm}$$

On complète les données de l'énoncé dans un tableau de proportionnalité :

Modèle réduit	10	1
Réel	2500	

Le coefficient de proportionnalité est $2500 : 10 = 250$

$$1 \times 250 = 250$$

L'échelle est $\frac{1}{250}$.